

MODELACIÓN NUMÉRICA 2D DE CRECIDAS EXTREMAS Y ZONAS DE INUNDACIÓN EN COORDENADAS CURVILÍNEAS GENERALIZADAS

Maricarmen Guerra P.¹, Rodrigo Cienfuegos C.², Cristián Escauriaza M.³, Enrique Rosa V.⁴

^{1,2,3}Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental, Pontificia Universidad Católica, Chile

⁴Instituto Nacional de Hidráulica, Chile

¹mnguerra@uc.cl, ²racienfu@ing.puc.cl, ³cescauri@uc.cl, ⁴erosa@inh.cl

Introducción

En el último tiempo, ha aumentado la frecuencia de eventos extremos que tienen como consecuencia grandes inundaciones, provocando daños a la infraestructura e incluso la pérdida de vidas humanas. Esto, hace necesario el cuantificar las variables hidrodinámicas asociadas con el fin de mejorar el diseño de obras y definir zonas de riesgo. El objetivo de este trabajo es el implementar una herramienta robusta capaz de representar este tipo de inundaciones extremas sobre batimetrías complejas.

Las ecuaciones de Saint-Venant (SV), han sido utilizadas ampliamente en la modelación de escurrimientos en condición de aguas someras, dentro de los cuales se encuentran los fenómenos que buscamos representar. En el presente trabajo se presenta el desarrollo y validación de un modelo numérico que resuelve las ecuaciones de SV en un sistema de coordenadas curvilíneas, extendiendo en la práctica el modelo SURF_WB desarrollado por Marche et al. (2007).

Ecuaciones Gobernantes

Las ecuaciones de SV bidimensionales en un sistema de coordenadas curvilíneas, incluyendo términos fuente de topografía y fricción, pueden ser escritas como:

$$Q_t + F_\xi + G_\eta = S \quad [1]$$

dónde t representa tiempo, ξ y η las coordenadas curvilíneas, Q es el vector de variables hidrodinámicas, F y G son los vectores de flujo en cada dirección y S es el vector de términos fuente. Estos términos, expresados en variables adimensionales, están dados por:

$$Q = \begin{pmatrix} h \\ hu \\ hv \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{h}{Fr^2}(z_\xi \xi_x + z_\eta \eta_x) - S_{fx} \\ -\frac{h}{Fr^2}(z_\xi \xi_y + z_\eta \eta_y) - S_{fy} \end{pmatrix}, \quad [2]$$

$$F = \begin{pmatrix} hU^1 \\ uhU^1 + \frac{1}{2Fr^2}h^2\xi_x \\ vhU^1 + \frac{1}{2Fr^2}h^2\xi_y \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} hU^2 \\ uhU^2 + \frac{1}{2Fr^2}h^2\eta_x \\ vhU^2 + \frac{1}{2Fr^2}h^2\eta_y \end{pmatrix} \quad [3]$$

Dónde Fr corresponde al número de Froude, z_ξ y z_η definen la pendiente de fondo, S_f es el término fuente de fricción y ξ_x, ξ_y, η_x y η_y son las métricas asociados al cambio de coordenadas. U^1 y U^2 se definen como velocidades contravariantes derivadas del cambio de coordenadas, y se escriben como $U^j = u\varepsilon_x + v\varepsilon_y, j=(1,2), \varepsilon=(\xi,\eta)$.

Esquema Numérico de Resolución

El sistema de ecuaciones [1], es resuelto utilizando un esquema de volúmenes finitos balanceado capaz de capturar discontinuidades, de lidiar con la existencia de zonas secas y mojadas, y de converger adecuadamente hacia estados estacionarios, incluso en el caso de batimetrías altamente variadas.

El esquema numérico resuelve el sistema de ecuaciones [1] en dos etapas: i) paso de fricción semi-implícito y, ii) paso hiperbólico SV incluyendo términos de pendiente de fondo. En el paso de fricción se incorpora el término fuente asociado utilizando el esquema implícito propuesto por Liang & Marche (2009). El segundo paso sigue la metodología propuesta por Marche et al (2007) para la solución de las ecuaciones de SV sobre topografía variable, sin considerar el término fuente de fricción. El esquema resuelve el sistema de ecuaciones combinando el solver de Riemann aproximado VFRoe-ncv (Gallouët et al, 2003), utilizado para resolver el problema homogéneo, para luego incluir el método de reconstrucción hidrostática propuesto por Audusse et al. (2004) para incorporar el término fuente asociado a la topografía. El esquema numérico propuesto es de 2° orden de precisión en espacio. Un esquema de Runge-Kutta de 4° orden es utilizado para actualización de variables en cada paso de tiempo.

En el modelo se incluyen tres tipos de condiciones de borde, abierto o transmisivo, cerrado o pared sólida y periódico. La estabilidad está controlada por el criterio de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), el cual es utilizado para seleccionar un paso de tiempo apropiado en cada iteración.

Validación

El esquema numérico ha sido validado utilizando distintos tests ampliamente descritos en la literatura. Estos casos permiten verificar el comportamiento del esquema para capturar discontinuidades en el flujo (ej. resaltos), la interacción entre zonas secas y mojadas, y la fricción.

Rompimiento de Presa Cilíndrico:

Este test involucra el caso hipotético del rompimiento de una presa cilíndrica (Alcrudo & García Navarro, 1993). En el rompimiento, la pared circular que contiene el volumen de agua, se remueve instantáneamente propagándose ondas de shock y de depresión radial y simétricamente, sobre un fondo plano y sin fricción.

El evento se simuló utilizando un mallado cartesiano regular y otro en coordenadas curvilíneas, con el objeto de ilustrar las mejoras obtenidas al aplicar un mallado ajustado a la forma del cilindro. Se puede ver claramente que las ondas se desplazan uniforme y simétricamente en el caso curvilíneo, no así en el caso cartesiano (Figura 1). Este caso también demuestra la habilidad del modelo para capturar shocks.

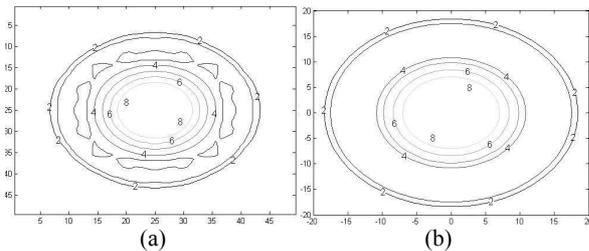


Figura 1.- Curvas de nivel de altura de aguas [m] en $t = 0.7s$. (a) Malla cartesiana. (b) Malla curvilínea.

Evolución Fondo parabólico con fricción:

Este test permite probar la habilidad del modelo numérico para lidiar con los términos fuente de topografía y fricción, así como también con el proceso de mojado y secado y el alcance del estado estacionario. Sampson et al (2006), obtuvieron una solución analítica para las ecuaciones de SV en el caso de una superficie libre 1D perturbada sobre fondo parabólico rugoso a partir de las soluciones analíticas propuestas por Thacker (1981).

El modelo numérico concuerda de manera excelente con la solución analítica. La interfaz seco-mojada es correctamente representada y la superficie alcanza el reposo después de un tiempo debido al efecto de la fricción (Figura 2).

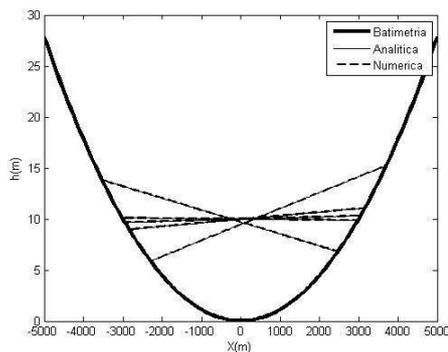


Figura 2.- Evolución de la superficie libre

Aplicación

Para ilustrar la aplicación del modelo a crecidas extremas y a la determinación de zonas de inundación, hemos realizado experiencias de laboratorio de tipo rompimiento de presa sobre un modelo físico de río a escala 1:60, de 16 [m] de largo y 4.5 [m] de ancho. Las fuertes pendientes y topografía abrupta y variada del tramo estudiado representan condiciones altamente exigentes para cualquier modelo numérico.

La experiencia consiste en el vaciamiento casi instantáneo de un estanque produciendo una onda que se propaga hacia aguas abajo. Las variaciones de la superficie libre son registradas mediante sondas resistivas repartidas a lo largo del modelo físico.

En la Figura 3 se presenta una comparación preliminar entre los resultados numéricos y los datos experimentales para una posición en el río, aguas abajo de la zona del estanque. Los resultados numéricos concuerdan con las mediciones en cuanto a alturas de onda máxima, tiempos de llegada del frente y curvas de recesión. El modelo logró capturar discontinuidades observadas en la experiencia, como resaltos, y reflexiones debidos al contacto del flujo con obstáculos

topográficos.

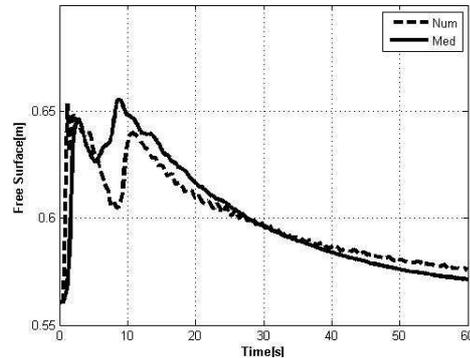


Figura 3.- Serie de tiempo variación de la superficie libre a la salida del estanque.

Conclusiones

Este trabajo presenta el desarrollo de un modelo de SV en coordenadas curvilíneas, para simular flujos a inercia dominante sobre topografías complejas incluyendo fricción. El modelo numérico es capaz de manejar la ocurrencia de zonas secas y de incorporar balanceadamente el término fuente asociado a pendiente de fondo.

El método ha sido validado frente diversos casos que involucran fuertes variaciones de topografía, inundación de zonas secas y convergencia hacia el reposo, alcanzándose buenas aproximaciones al comparar las soluciones numéricas con soluciones analíticas y mediciones de laboratorio. Lo anterior confirma que el modelo numérico desarrollado constituye una herramienta robusta para ser utilizada en la representación de flujos a inercia dominante en aguas someras, como la zona de rompiente litoral y los torrentes de alta montaña.

Referencias

- Alcruo, F. and García-Navarro, P.** (1993). "A high resolution Godunov-type scheme in finite volumes for the 2D shallow-water equations". *International J Numerical Methods in Fluids*, Vol. 16, pp. 489-505.
- Audusse, E., Bonchut, F., Bristeau MO., Klein, R. and Perthame, B.** (2004). "A fast and stable well-balance scheme with hydrostatic reconstruction for shallow water flows". *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 25, No.6, pp. 2050-2065.
- Gallouët, T., Hérard, J. y Seguin, N.** (2003). "Some approximate Godunov schemes to compute shallow-water equations with topography". *Computers & Fluids*, Vol. 32, pp. 479-513.
- Liang, Q. and Marche, F.** (2009). "Numerical resolution of well-balances shallow water equations with complex source terms". *Advances in Water Resources*, Vol. 32, pp. 873-884.
- Marche, F., Bonneton, P., Fabrie, P., y Seguin, N.** (2006). "Evaluation of well-balance bore-capturing schemes for 2D wetting and drying processes". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 53, pp. 867-894.
- Sampson, J., Easton, A. and Singh, M.** (2006). "Moving boundary shallow water flow above parabolic bottom topography". *ANZIAM Journal*, Vol. 47, pp. C373-C387.
- Thacker, WC.** (1981). "Some exact solutions to the nonlinear shallow-water wave equations". *Journal of Fluids Mechanics*, Vol. 107, pp. 499-508.